

РАЗДЕЛ-2**БЛОК - 5****БЛОК-5****МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ**

Содержание опорного конспекта	Стр. №	Параграфы учебника	Лист - 5
ОК – 11.5.21	2	§18,19	1 - 4
1.Колебательное движение			
2.Периодические колебания			
3.Маятник			
4.Свободные колебания			
5.Затухающие колебания			
6.Вынужденные колебания			
ОК – 11.5.22	4	§21	14-18
1.Математический маятник			
2.Пружинный маятник			
ОК – 11.5.23	7	§20.22.23	5-13
1.Гармонические колебания			
2.Характеристики колебательного движения			
3.Фаза колебаний			
ОК – 11.5.24	12	§24,25,26	19 - 22
1.Превращение энергии при колебательном движении			
2.Вынужденные колебания. Резонанс			
<i>Повторим теорию «Механические колебания»</i>	16		Лист - 5

СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Колебательное движение – движение, при котором тело поочередно смещается то в одну, то в другую сторону.

- маятник часов,
- автомобиль на рессорах,
- крылья птиц,
- корабль на волнах,
- ветви деревьев,
- груз на ните или на пружине,
- струна и т.д.

1657г. Гюйгенс – часы!

- сортировочные машины,
- вибрационные машины,
- вибролитё,
- виброрезание и т.д.

Вредное действие – 80% поломок!

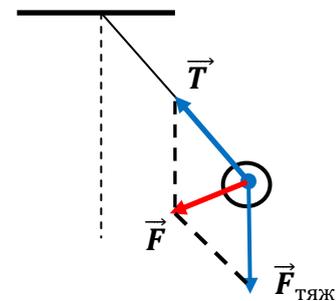
2. Периодические колебания – если движения повторяются точно.

3. Маятник – твёрдое тело, совершающее под действием приложенных сил колебания около неподвижной точки или вокруг оси (пружинный и нитяной)

4. Свободные колебания – колебания в системе под действием внутренних сил, после того как система была выведена из положения равновесия (колебания груза на пружине или на нити)

5. Условия возникновения свободных колебаний

1. при выведении тела из положения равновесия в системе должна возникнуть сила, стремящаяся вернуть его в положение равновесия.
 - пружинный маятник - сила упругости
 - нитяной маятник – равнодействующая между силой тяжести и силой натяжения нити.
2. Силы трения в системе - малы



6. Затухающие колебания – совершает система под действием внутренних сил и сил сопротивления.

7. Вынужденные колебания – колебания тел под действием внешних периодически изменяющихся сил.

*Пояснения к ОК – 11.5.21***Колебательное движение. Свободные колебания.**

Колебания - это любой процесс, в котором состояние тела или системы тел со временем повторяются. Колебания являются наиболее распространенной формой движения в природе.

Колебания - это любой процесс, повторяющийся во времени.

Колеблются деревья под действием ветра, поршни двигателя автомобиля под действием продуктов сгорания топлива. Мы можем разговаривать благодаря колебаниям голосовых связок гортани и слышать вследствие колебаний барабанных перепонки. Колебательным является биение сердца.

Колебания бывают периодическими и непериодическими. Первые – это - колебания, в которых состояние системы повторяется через одинаковые интервалы времени. В природе такие процессы практически не встречаются, но в теоретических исследованиях эти обобщения дают возможность вести продуктивные исследования.

Колебания, в которых состояние системы повторяется через одинаковые интервалы времени, называются периодическими.

Непериодические колебания не имеют постоянного периода колебаний и являются процессами, в которых состояние системы повторяется через произвольные и, как правило, неодинаковые интервалы времени. Такими, например, являются колебания веток дерева под действием порывов ветра.
Непериодические колебания не имеют постоянного периода колебаний.

Простейшими колебаниями являются так называемые гармонические колебания. Это колебания, в которых основные физические величины, касающиеся колебаний, изменяются по закону синуса или косинуса. Без изучения этих колебаний нельзя изучить более сложные колебания.

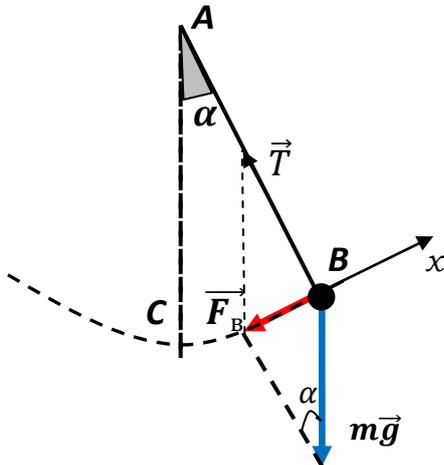
Колебания, в которых основные физические величины, касающиеся колебаний, изменяются по закону синуса или косинуса, называются гармоническими.

При изучении колебательных процессов для упрощения измерений и расчетов пользуются замкнутой системой, в которой тела взаимодействуют только в пределах определенной системы. *Колебания, происходящие в замкнутой системе, называются свободными.*

Примером свободных колебаний являются колебания математического и пружинного маятников.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

– материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая движение в вертикальной плоскости под действием силы тяжести



$AB = l$ – длина маятника;
 $BC = S = x$ – смещение маятника;
 $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B = m\vec{a}$ – II закон Ньютона;
 \vec{F}_B = возвращающая сила системы;
 $F = -mg \operatorname{tg} \alpha = ma$
 $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{x}{l}$ ($\angle \alpha$ – мал)
 $a = -g \sin \alpha$;

$a = -\frac{g}{l}x$ – уравнение движения маятника

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – собственная частота маятника

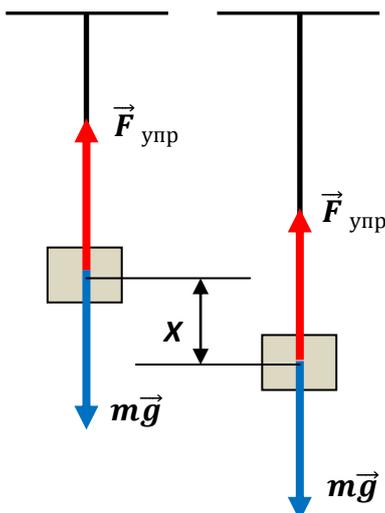
$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

– период колебаний мат. маятника не зависит от массы (формула Гюйгенса)

ПРУЖИННЫЙ МАЯТНИК

– тело, подвешенное на пружине или резиновом шнуре и совершающее колебания вдоль оси под действием силы упругости пружины или резинового шнура



$F_{\text{упр}} = -kx$ – возвращающая сила системы;
 $F = ma$ – по II закону Ньютона;
 $ma = -kx$

$a = -\frac{k}{m}x$ – уравнение движения

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – собственная частота

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ – период колебаний

Пояснения к ОК – 11.5.22

Математический маятник

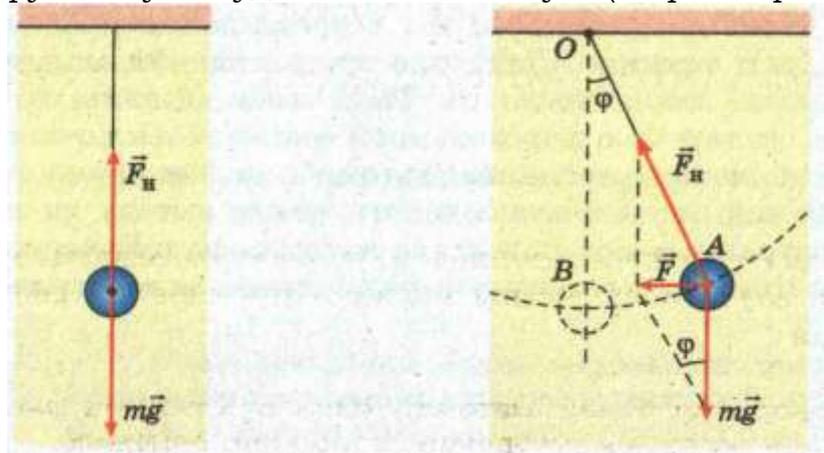
Одной из систем, которые могут совершать колебания, является нитяной маятник. Это тело небольших размеров, подвешенное на длинной нерастяжимой нити. Выведенная из положения равновесия, эта система может совершать колебания.

Рассмотрим причины, вызывающие колебания в этой системе. Для удобства расчетов будем считать, что тело имеет размеры, намного меньшие длины нити, а отклонение от равновесия - небольшое. Маятник с такими ограничениями называют *математическим*.

Рассмотрим его более подробно.

Если система будет в равновесии, то на маятник будут действовать только сила тяжести и сила упругости нити. Их равнодействующая будет равна нулю (см.рис.слева). Естественно, что в таком случае шарик не будет двигаться.

Если груз вывести из положения равновесия, то равнодействующая F сил тяжести и упругости уже будет отличной от нуля (см.рис.справа).



Значение равнодействующей определим по рисунку на основании решения параллелограмма : $F = mg \operatorname{tg} \varphi = ma$.

При малом угле отклонения $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi = \frac{x}{l}$

где l – длина подвеса, x - смещение тела от положения равновесия.

Применим к описанию движения математического маятника второй закон Ньютона с учетом, что смещение груза направлено в сторону, противоположную равнодействующей:

$$ma = -mgtg\varphi = -mg \frac{x}{l}$$

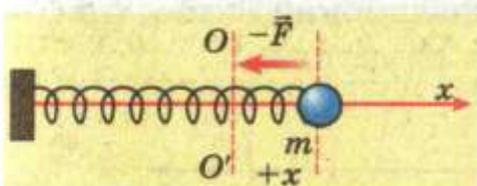
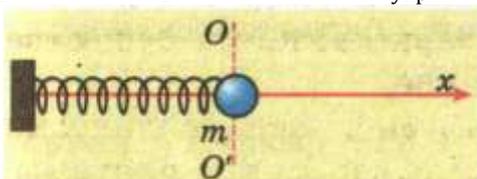
Отсюда

$$a = -\frac{g}{l}x$$

Мы получили уравнение движения пружинного маятника. **Проекция вектора ускорения прямо пропорциональна его координате, взятой с противоположным знаком.**

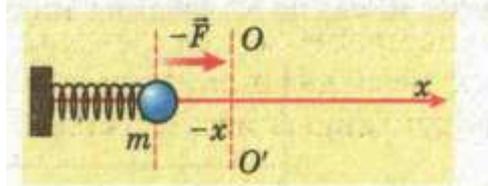
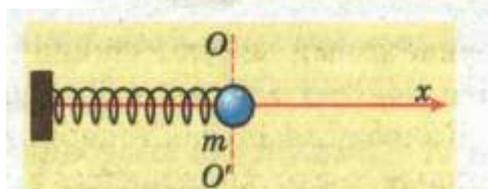
Пружинный маятник

Пружинный маятник - это грузик некоторой массы m , укрепленный на конце пружины, которая в свою очередь укреплена неподвижно (см.рис.). Почему же этот маятник может колебаться? Отведем грузик от положения равновесия OO' на расстояние $+x$. При этом согласно закону Гука возникнет сила упругости, которая будет действовать на тело в направлении равновесия: $F_{\text{упр}} = -kx$.



Если освободить грузик, то он начнет двигаться до положения равновесия с ускорением a . Согласно второму закону Ньютона $F = ma$.

В момент прохождения грузика через положение равновесия его скорость и кинетическая энергия будут максимальными (см.рис.).



Имея определенную кинетическую энергию, грузик по инерции продолжает двигаться дальше (влево), выполняя работу по деформации пружины. Сила упругости, возникающая при этом, направлена к положению равновесия. Когда грузик окажется в крайнем левом положении, на него будет действовать сила упругости, направленная к положению равновесия (вправо).

Под действием этой силы грузик начнет ускоренно двигаться до положения равновесия (вправо). Если предположить, что силы трения и сопротивления воздуха ничтожны, то процесс должен продолжаться бесконечно.

Записав совместно формулу второго закона Ньютона и закона Гука, получим уравнение движения грузика:

$$ma = -kx.$$

Отсюда,

$$a = -\frac{k}{m}x$$

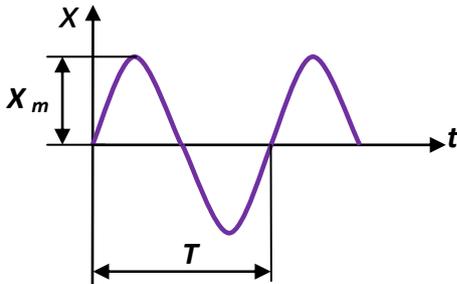
Мы получили уравнение движения пружинного маятника. **Проекция вектора ускорения прямо пропорциональна его координате, взятой с противоположным знаком.**

ОК – 11.5.23

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

-периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящие по закону синуса или косинуса

$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ - уравнение гармонического колебания



Амплитуда колебаний (x_m) - модуль наибольшего смещения колеблющегося тела от положения равновесия

Период (T) – время одного полного колебания

$$T = \frac{t}{n} - \text{с}; n - \text{число колебаний}$$

Частота (ν) – число полных колебаний за ед. времени

$$\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T} - \frac{1}{\text{с}} - \text{Гц}$$

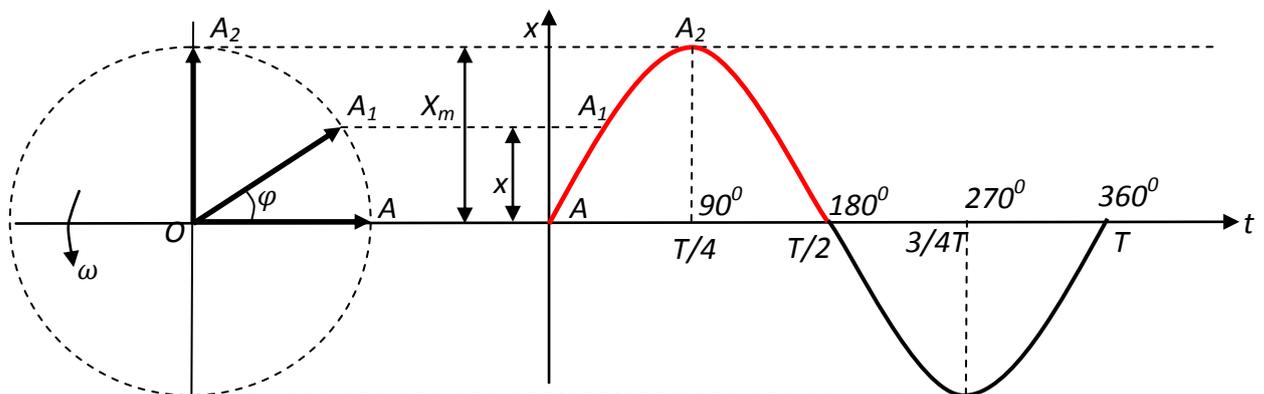
Собственная или циклическая частота (ω_0) - число колебаний тела за 2π сек.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu - \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Фаза колебаний - физическая величина, определяющая величину смещения тела в данный момент времени

φ_0 – начальная фаза в момент времени t_0

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - фаза колебаний, которая определяет состояние колебательной системы в любой момент времени и определяется в радианах, в градусах



$v = x' = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$ - мгновенная скорость тела (первая производная от координаты), совершающего гармоническое колебание ($x_m \omega = v_m$ - амплитуда скорости)

$a = v' = x'' = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$ - ускорение тела, совершающего гармоническое колебание, в данный момент времени ($x_m \omega^2 = a_m$ - амплитуда ускорения)

$F = ma = -m x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$ или $F = -m \omega^2 x$ - сила, вызывающая гармонические колебания ($m x_m \omega^2 = F_m$ - амплитуда силы)

Пояснения к ОК – 11.5.23

Гармонические колебания.

Вспомним, что $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, а из математики известно, что мгновенная скорость это первая производная координаты по времени. А теперь вспомним, что $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, т.е. ускорение – это производная скорости по времени. Таким образом, можно записать, что

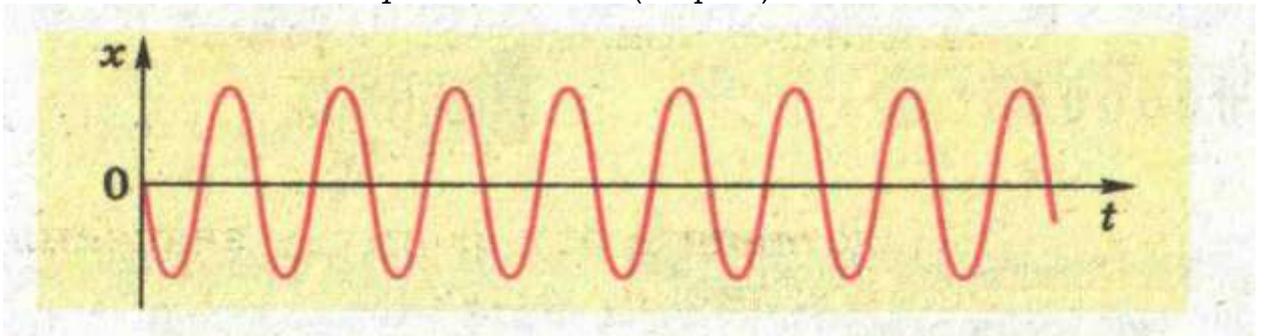
$$a = x'' = -\frac{k}{m}x \text{ - для пружинного маятника}$$

$$a = x'' = -\frac{g}{l}x \text{ - для математического маятника}$$

Обозначим, коэффициенты $\frac{k}{m}$ и $\frac{g}{l}$ через ω_0 , тогда решением этих уравнений будут следующие уравнения

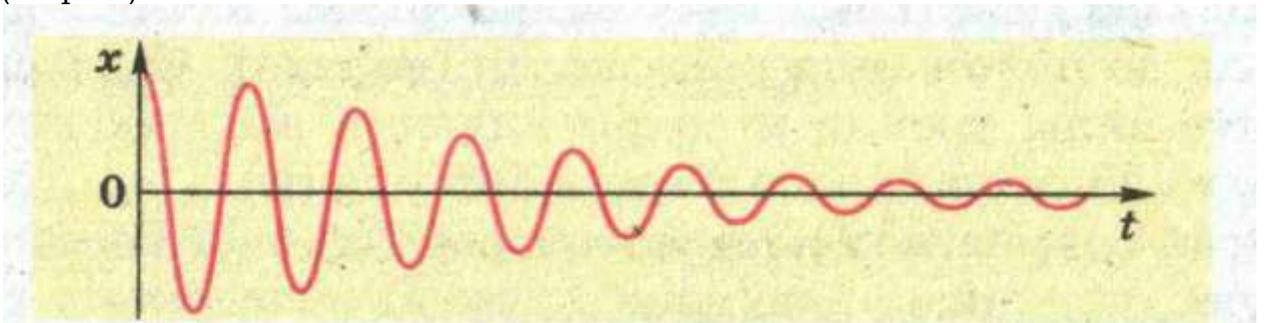
$$x = x_m \sin \omega_0 t \text{ и } x = x_m \cos \omega_0 t$$

Поскольку смещение груза x происходит по закону синуса, то такие колебания являются гармоническими (см.рис.).



Кроме смещения по гармоническим законам, изменяются скорость и ускорение движения груза.

Поскольку в реальных условиях в каждой системе действуют силы трения и сопротивления, то амплитуда колебаний будет постепенно уменьшаться (см.рис.).



Свободные колебания в реальных условиях всегда затухающие, поскольку в каждой колебательной системе, действуют силы трения. Поэтому каждая следующая амплитуда колебаний будет меньше предыдущей. Если бы удалось создать идеальную систему, в которой не действуют силы трения, то колебания в этой системе были бы незатухающими. Поскольку такие идеализации применяются в физике для исследования колебаний, то частоту незатухающих колебаний в идеальной системе назвали собственной частотой.

Характеристики колебательного движения.

а. Важной характеристикой колебательного движения является амплитуда колебаний, т.е. модуль наибольшего смещения тела от положения равновесия. В уравнениях, которые мы получили выше, амплитуда обозначена, как x_m , а x – это координата или смещение тела в любой момент времени.

б. Ещё одна важная характеристика колебаний – это частота колебаний. Выше мы ввели коэффициент ω_0 – назовём его *собственной частотой колебаний* или *циклической частотой*, т.е. это число колебаний тела за 2π сек.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu - \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

в. Теперь получим формулу для расчёта периода колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} - \text{для пружинного маятника}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} - \text{для математического маятника}$$

Период колебаний математического маятника зависит от длины подвеса и ускорения свободного падения.

Эта формула была впервые получена и проверена на опыте голландским ученым Гюйгенсом, современником Ньютона.

Период колебаний возрастает с увеличением длины маятника. От массы маятника он не зависит. Это легко проверить на опыте с различными маятниками. Зависимость периода от ускорения свободного падения также можно обнаружить. Чем меньше g , тем больше период колебаний маятника и, следовательно, тем медленнее идут часы с маятником. Так, часы с маятником в виде груза на стержне отстанут в сутки почти на 3 с, если их поднять из подвала на верхний этаж Московского университета (высота 200 м). И это только за счет уменьшения ускорения свободного падения с высотой.

Зависимость периода колебаний маятника от значения g используется на практике. Измеряя период колебаний, можно очень точно определить g .

г. Фаза колебаний

Известно, что гармонические колебания описываются уравнениями

$$x = x_m \sin \omega_0 t \text{ и } x = x_m \cos \omega_0 t$$

При заданной амплитуде гармонических колебаний, координата колеблющегося тела в любой момент времени определяется аргументом косинуса или синуса.

Величину, стоящую под знаком синуса или косинуса называется фазой колебаний.

$$\varphi = \omega_0 t$$

Выясним физический смысл фазы колебаний (см.рис)

Пусть \mathbf{R} -вектор \mathbf{OA} равномерно вращается около центра \mathbf{O} с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, здесь угол φ это и есть фаза колебаний. Если обозначить модуль вектора \mathbf{OA} через x_m , то можно записать $x = x_m \sin \omega_0 t$

Полученное выражение показывает, что гармонические колебания можно рассматривать как проекцию вращающегося вектора, причем циклическая частота колебаний равна угловой скорости вращения вектора, а амплитуда колебания - модулю вектора. Одному обороту вектора OA соответствует одно колебание.

Из формулы $x = x_m \sin \omega_0 t$ видно, что при $t=0$, смещение $x=0$.

Но всегда ли это так?

Допустим, что мы наблюдаем движение пружинного маятника, отсчитывая время секундомером. Запись " $x=0$ при $t=0$ " означает, что секундомер был запущен в один из тех моментов, когда маятник находился в положении равновесия. Предположим теперь, что секундомер был включен тогда, когда маятник уже сместился на некоторое расстояние. В этом случае смещение маятника через промежуток времени t_0 , определится формулой

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \omega_0 t_0)$$

Преобразуем полученную формулу. Величину $\omega_0 t_0$ называют начальной фазой φ_0 .

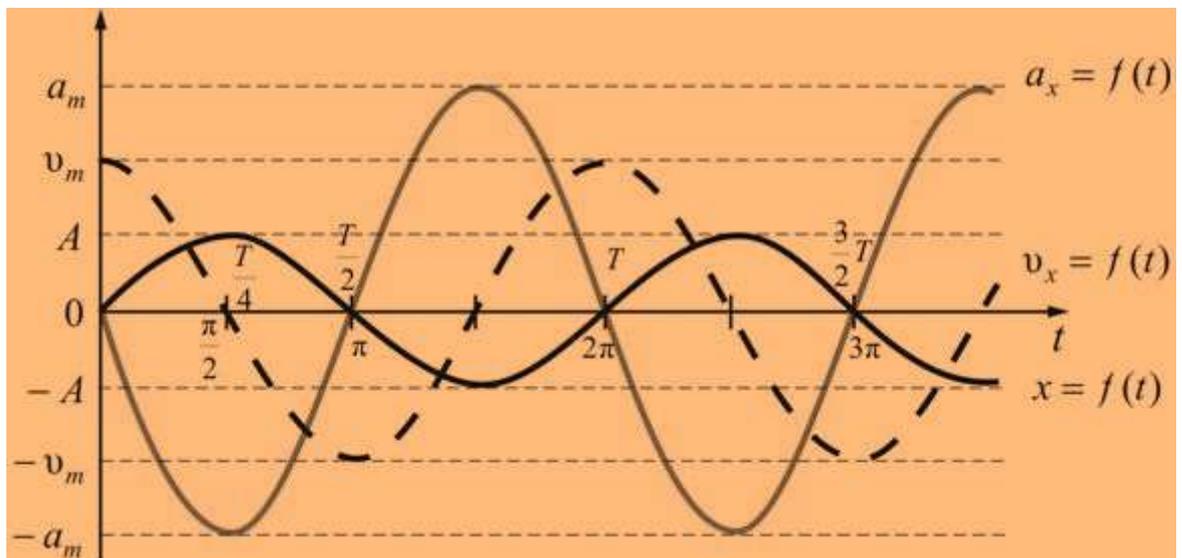
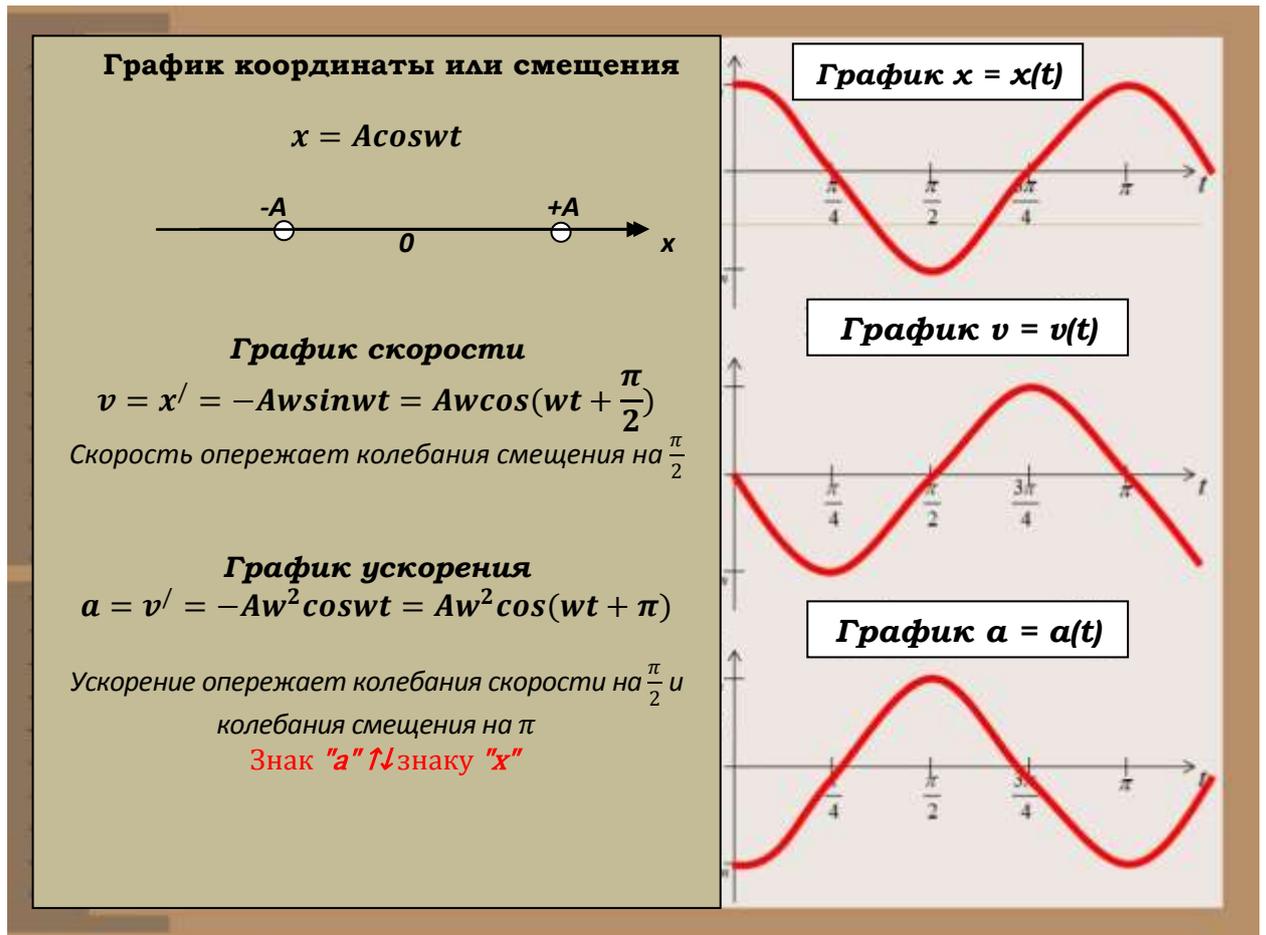
Поэтому можно записать $x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

Если за начало отсчета времени взят момент, когда смещение достигло наибольшего значения $x=x_m$, то начальная фаза равна $\pi/2$, а изменения значения смещения будет равно: $x = x_m \cos \omega_0 t$

Колебания, описываемые формулами $x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ и $x = x_m \sin \omega_0 t$ отличаются друг от друга только фазами.

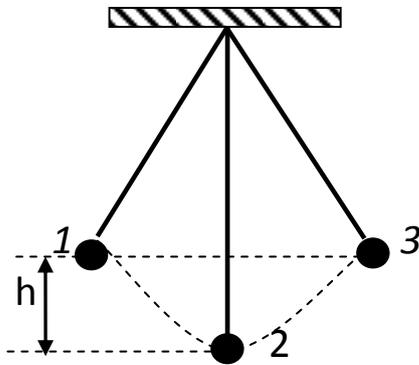
Разность фаз (или сдвиг фаз) этих колебаний составляет $\pi/2$.

Графики зависимости координат от времени для двух гармонических колебаний сдвинутых по фазе на $\pi/2$ будут выглядеть, как показано на рисунке.



ОК – 11.5.24

ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПРИ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ



т.1 $E_K = 0$; $E_P = mgh$; $E_{\text{ПОЛНАЯ}} = E_P$

т.2 $E_K = \frac{mV^2}{2}$; $E_P = 0$; $E_{\text{ПОЛНАЯ}} = E_K$

т.3 $E_K = 0$; $E_P = mgh$; $E_{\text{ПОЛНАЯ}} = E_P$

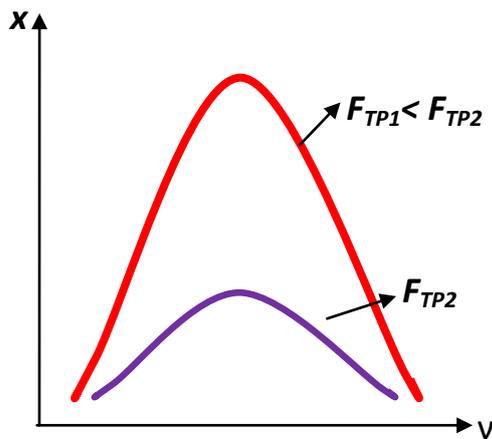
Полная механическая энергия в положении равновесия и в крайних точках равна либо максимальной потенциальной энергии, либо максимальной кинетической энергии.

$W = m(x_m)^2 \omega^2 / 2$ - полная энергия тела, совершающего гармоническое колебания

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

– колебания, совершаемые под внешним воздействием (игла швейной машины)

Резкое возрастание амплитуды колебаний при совпадении частоты изменения внешней силы, действующей на систему, с частотой свободных колебаний называется **РЕЗОНАНСОМ**



ПРИМЕРЫ:

1. Раскачивание качелей
2. Дребезжание окон

БОРЬБА:

1. Двигатели, станки, прессы устанавливают на резиновые амортизаторы
2. Солдаты – мост – «не в ногу!»
3. Строительство мостов, самолетов, ракет, зданий.

ФАКТЫ:

1. разрушение крейсера «Жанна д.Арк»
2. Разрушение моста над Лаурой
3. 1905г. –СПБ – разрушен Египетский мост

Пояснения к ОК – 11.5.24

Преобразование энергии при колебательном движении.

В механике различают кинетическую и потенциальную энергии. Кинетическая энергия определяется массой тела и его скоростью.

Потенциальную энергию тела в поле земного тяготения определяют по формуле $E_n = mgh$, потенциальную энергию упруго деформированного тела (например, пружины) по формуле $E_n = \frac{kx^2}{2}$

Если внимательно рассмотреть движение грузика на пружине (см.рис. в пояснении к ОК-11.1.14), то видно, что периодически будут изменяться как скорость тела, так и сила упругости пружины. Таким образом, периодически будут изменяться как кинетическая, так и потенциальная энергии. Кинетическая энергия будет максимальной в момент прохождения телом положения равновесия, когда его скорость будет максимальной. Потенциальная энергия приобретет максимальное значение через четверть периода, когда будет максимальным отклонение от положения равновесия.

До сих пор мы рассматривали случаи колебаний, пренебрегая потерями механической энергии. Для этого случая действует закон сохранения механической энергии:

$$E_n + E_k = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = const$$

Соответственно этому закону максимальное значение потенциальной энергии будет при максимальном отклонении, когда кинетическая энергия (и скорость) равна нулю:

$$E_{nmax} = \frac{kx_m^2}{2}$$

где x_m - максимальное отклонение тела от положения равновесия (амплитуда).

Если потери механической энергии в системе отсутствуют, то

$$\frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = const$$

Из последнего уравнения можно рассчитать скорость, с которой тело проходит положение равновесия.

Вынужденные колебания.

Во многих технологических процессах происходят колебания, которые должны быть долговременными. Поэтому создают условия для получения незатухающих колебаний. С этой целью в технических установках применяют вынужденные колебания. Это колебания, происходящие под действием внешней силы, которая периодически изменяется. Такими, например, являются колебания поршней в автомобильном двигателе, происходящие вследствие периодического действия газа во время рабочего хода поршня.

Частота вынужденных колебаний определяется частотой действия вынуждающей силы.

Регулируя подачу горючего в цилиндр, можно изменять частоту колебаний поршней.

Резонанс

Особый интерес представляет случай, когда периодическая внешняя сила, действует на тело, которое может совершать свободные колебания.

Если в начальный момент тело было неподвижным, то после начала действия периодической силы оно начинает колебаться со всё возрастающей амплитудой. Через некоторое время амплитуда устанавливается постоянной и в дальнейшем не возрастает.

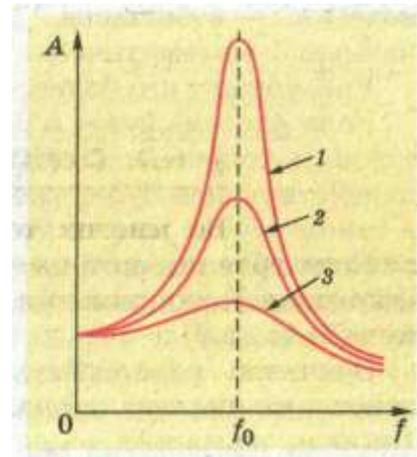
Это происходит потому, что вся энергия, приходящая в колебательную систему, идет на выполнение работы по преодолению сил трения в системе. Если изменять частоту вынуждающей силы, то можно обнаружить явление резонанса. При частоте, равной собственной частоте колебаний системы, резко возрастает амплитуда. Сильно раскачать качели можно только в том случае, если подталкивать их будем «в такт» с частотой собственных колебаний качели. **Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний называют резонансом.**

Резонанс наступает тогда, когда частота действия вынуждающей силы будет равна собственной частоте колебаний системы.

$$\nu_{\text{вын}} = \nu_{\text{соб}}$$

После повышения частоты выше резонансной амплитуда начнет убывать. Для каждой колебательной системы существует определенная частота, при которой наступает резонанс.

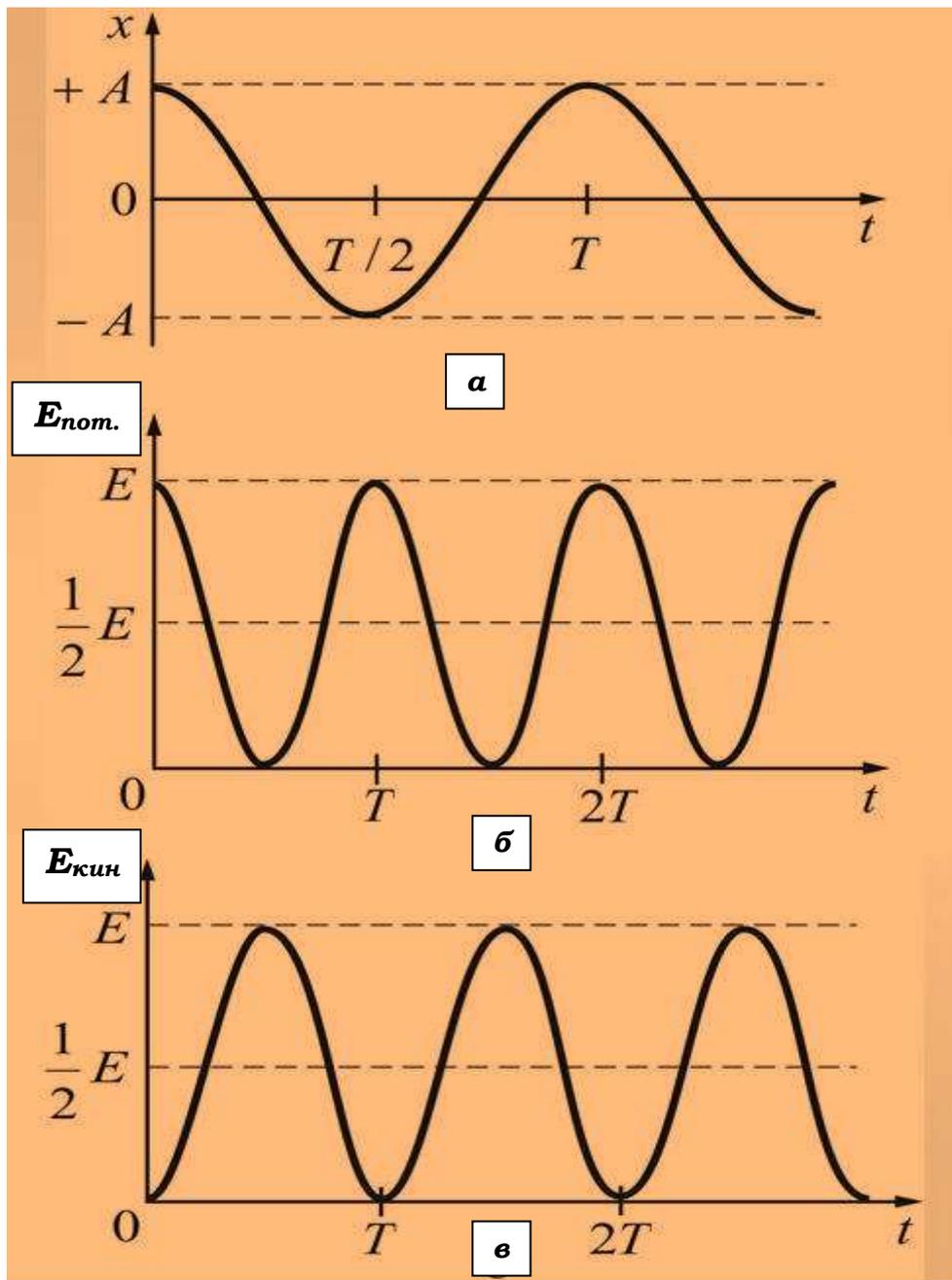
На рисунке показана графическая зависимость амплитуды колебаний от частоты вынуждающей силы.



Высота резонансной кривой, изображенной на этом рисунке, зависит от значения сил трения в колебательных системах. Так, график показывает, что резонансные частоты в трех колебательных системах одинаковые, но силы трения будут различными. Выше кривая с меньшей силой трения.

С явлением резонанса мы встречаемся довольно часто и в быту, и в технике. Действие этого явления может быть как полезным, так и вредным. Так, чтобы выехать из лужи или песка, водитель с определенной частотой включает и выключает сцепление, раскачивая автомобиль. Увеличение амплитуды колебаний автомобиля содействует его выезду из выбоины.

Достоинством истории стала катастрофа с Бруклинским мостом в Нью-Йорке, который разрушился вследствие резонанса.



При колебаниях, совершающихся под действием потенциальных сил, происходит переход потенциальной энергии в кинетическую и наоборот, но их сумма в любой момент времени постоянна.

Блок - 5

Лист - 5

Повторим теорию!

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Какие движения называют колебательными? Приведите примеры.
2. Какие колебания называют свободными?
3. При каких условиях в системе возникают свободные колебания?
4. Какие колебания называют вынужденными? Приведите примеры.
5. Какие колебания называют гармоническими?
6. Запишите уравнение гармонических колебаний?
7. Что называют амплитудой колебаний?
8. Что называют периодом и частотой колебаний?
9. Как связаны циклическая частота колебаний и период колебаний?
10. Что называют фазой колебаний? Как определить фазу колебаний в любой момент времени?
11. Приведите пример колебаний маятников в одинаковых фазах.
12. Приведите пример колебаний маятников в противоположных фазах.
13. Изобразите графики зависимости координат от времени для двух гармонических колебаний, сдвинутых по фазе на $\pi/2$.
14. Что называют математическим маятником?
15. Как получить уравнение движения для математического маятника?
16. Чему равен период колебаний для математического маятника?
17. Как получить уравнение движения для пружинного маятника?
18. Чему равен период колебаний для пружинного маятника?
19. Какие превращения энергии происходят при колебательном движении?
20. Какое явление называют резонансом? Главное условие возникновения резонанса?
21. Приведите примеры резонанса.
22. Какой вред наносит резонанс и как с этим бороться?